

## 2.5 垃圾分类处理与清运方案设计

潘静慧 王晓亮 黄力为 孔敏  
(南京大学)

**摘要:** 本文以深圳市南山区为背景,针对垃圾分类处理和清运问题,建立了总成本最小的优化模型,从经济和环保的角度考虑,应用成本收益分析方法,综合给出了各个问题的解决方案,以期达到社会总收益的最大化. 对问题(1)建立了总成本最小的优化模型,首先通过合理的假设和计算,得出使用小型厨余垃圾处理设备是不经济的,仅使用大型设备是合理和经济的结论. 在此基础上主要以垃圾量为标准将南山区划分为三个分区,并出于实际因素的考虑,把厨余垃圾处理设备安放在某个垃圾转运站之中. 其次出于环保的目的,安放小型设备以减少拖车尾气的排放,此处设计了统计指标 CPT(运送每吨垃圾的耗油量),根据一系列标准选择安放小型设备的合理位置,并从碳排放量的角度衡量了优化方案的环保效果. 这一优化方案对南山区未来发展是有长远意义的,是在综合经济效益和环保效果后得到的一个最优方案. 对问题(2)在证明了引理“平面上到圆上各点距离和最小的点是圆心”的基础上,可知大型设备安放的最优位置为每组同心圆的圆心处,新垃圾转运站应尽可能分布在以同心圆组的圆心为圆心的某个圆周上,进而重新设计转运站位置. 本文还给出了模型 I 和 II 的垃圾清运路线的设计方案,可供深圳市南山区有关部门参考.

**关键词:** 成本收益分析法 优化问题 可持续发展 碳排放量 CPT

### 一、问题重述

垃圾分类化收集与处理是有利于减少垃圾的产生,有益于环境保护,同时也有利于资源回收与再利用的城市绿色工程. 在深圳市,垃圾分为四类:厨余垃圾、可回收垃圾、有害垃圾和其他不可回收垃圾. 本项研究课题旨在为深圳市的垃圾分类化进程作出贡献,运用数学建模方法对深圳市南山区的分类化垃圾的实现做一些研究,具体的研究目标是:

(1) 假定现有垃圾转运站规模与位置不变条件下,给出大、小型设备(厨余垃圾)的分布设计,同时在目前的运输装备条件下给出清运路线的具体方案,以期达到最佳经济效益和环保效果;

(2) 假设转运站允许重新设计,请为问题(1)的目标重新设计.

在题目附录 2 所指出的网页中已给出了深圳市南山区所有小区的相关资料,同时给出了现有垃圾处理的数据和转运站的位置.

### 二、问题分析

此问题是垃圾分类处理与清运方案设计问题. 分析题意可知每日处理垃圾的总收益是固定不变的,可将问题转化为求总成本最小的优化问题.

问题(1)要求在现有垃圾转运站规模与位置不变条件下,给出大、小型设备的分布设计和垃圾清运路线方案,以期达到最佳经济效益和环保效果.首先分析大、小型设备使用个数问题,确定最经济合理的设备个数,再基于总成本最小的优化目标确定设备放置的位置,并安排垃圾清运路线.

问题(2)允许改变垃圾转运站的规模与位置,要求给出大、小型设备的分布设计和垃圾清运路线方案,以期达到最佳经济效益和环保效果.先证明引理“平面上到圆上各点距离和最小的点是圆心”,得知大型设备安放的最优位置为每组同心圆的圆心处,新垃圾转运站应尽可能分布在以同心圆组的圆心为圆心的某个圆周上,再计算其最优半径,并对原有的垃圾转运站按一定的原则进行合并或拆分,使新的垃圾转运站覆盖原有垃圾转运站的服务范围,从而确定新垃圾转运站的个数、位置和规模,安排垃圾清运路线方案.

### 三、模型假设

- (1) 假设各垃圾转运站每天转运的垃圾量不变;
- (2) 假设各垃圾转运站的垃圾都必须在当天清运完毕;
- (3) 不考虑运输车辆在行驶过程中出现的塞车、抛锚等耽误时间的情况;
- (4) 不允许运输车辆超载行驶;
- (5) 假设每个垃圾转运站和小区垃圾筒均位于街道旁,保证运输车辆行驶顺畅;
- (6) 所有垃圾均先送到厨余垃圾处理中心,再将其他不可回收垃圾和有害垃圾分别送往垃圾焚烧场和固废处理中心;
- (7) 假设拖车载重时平均耗油  $30 \text{ L 柴油} / 10^2 \text{ km}$ ,空载时耗油量为  $25 \text{ L 柴油} / 10^2 \text{ km}$ ;
- (8) 假设收集车辆载重时平均耗油  $35 \text{ L 汽油} / 10^2 \text{ km}$ ,空载时耗油量为  $20 \text{ L 汽油} / 10^2 \text{ km}$ ;
- (9) 假设柴油为  $7.51 \text{ 元} / \text{L}$ ,70# 汽油价格为  $7.71 \text{ 元} / \text{L}$ ;
- (10) 假设各垃圾转运站厨余垃圾、可回收垃圾、有害垃圾、其他不可回收垃圾四类垃圾的比例均约为  $4 : 2 : 1 : 3$ ;
- (11) 假设司机每天的工作时间为  $8 \text{ h}$ .

### 四、符号说明

- $Q$ :每日经垃圾转运站转运的垃圾总量( $1\ 280 \text{ t}$ );
- $q$ :每日处理的厨余垃圾总量( $536 \text{ t}$ );
- $q_0$ :每日由大型厨余垃圾处理设备处理的厨余垃圾总量;
- $C_t$ :每日处理垃圾的总成本;
- $H_t$ :每日厨余垃圾处理设备总运营成本;
- $TF_t$ :每日拖车的总运费;
- $SF_t$ :每日收集车辆的总运费;
- $WA_t$ :每日司机工资总成本.

## 五、模型 I 的建立和问题(1) 的求解

### (一) 模型 I 的简化

由于本题的优化问题较为复杂,难以直接计算,因此可以考虑通过一些假设和分析将该优化问题简化.

#### 1. 路径选择及路径长度计算

出于环保的考虑,为了尽量降低噪声污染、防止扰民、减少堵塞,因此规定在路径选择上,拖车应尽量避免开街坊道,走高速路、快速路、主干道和次干道等. 在相距不远、有路可达且不需要绕过其他垃圾转运站的相邻两个垃圾转运站之间连上一条直线,此直线为这两个垃圾转运站之间路径的抽象简化模型. 按此标准,共划了 85 条直线,具体情况见图 1. 然后使用 Google map 来寻找连线两点间的最短距离,并以此作为该条直线的长度.

#### 2. 大型及小型处理设备使用数量

根据附件中提供的数据表“垃圾转运站垃圾转运量等情况统计表(南山区)”,可计算得到每个垃圾转运站每天转运的厨余垃圾量,随之得到所有 38 个垃圾转运站每天转运的厨余垃圾总量是 536 t. 而大型厨余垃圾处理设备的处理能力为 200 t/日,

小型餐厨垃圾处理机的处理能力为 200 ~ 300 kg/日,约为 0.25 t/日. 由于小型处理设备处理能力十分有限且每天的运行成本比大型处理设备高,每减少一个大型处理设备需增加 800 个小型处理设备,运行成本增加了 1 万元,这是非常不经济的做法. 因此,应尽量使用大型处理设备,少用小型处理设备.

#### 3. 厨余垃圾处理设备放置区域的选择

根据前面的分析可知,应使用 3 台大型厨余垃圾处理设备. 考虑将南山区划分为 3 个区域,每个区域内的各个垃圾转运站所转运的厨余垃圾总量大致相近,均约为 200 t,具体分区情况见图 2. 每个区域内各安置 1 台大型处理设备,在每个区域内的所有垃圾转运站的垃圾均送往所在区域的厨余垃圾处理中心处理. 同时,考虑到若选择不同于垃圾转运站的新的地

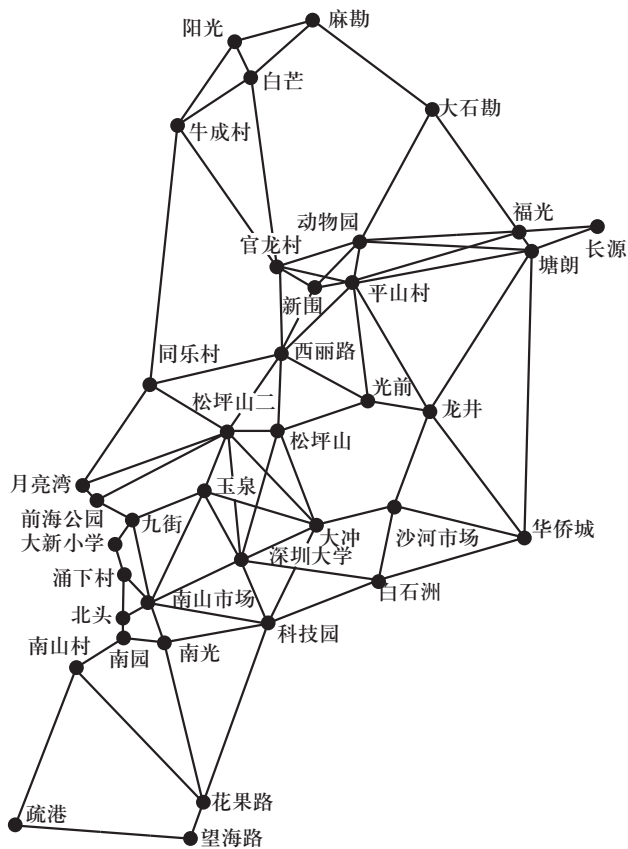


图 1 南山区垃圾转运站连线图

点建设厨余垃圾处理中心,则会涉及如何购买土地、政策法规是否允许、是否环保、交通是否便利,是否影响周围社区的多种问题. 因此,为了节省处理这些问题的成本,保证所选地点合适方便,选择将厨余垃圾处理中心建立在垃圾转运站附近.

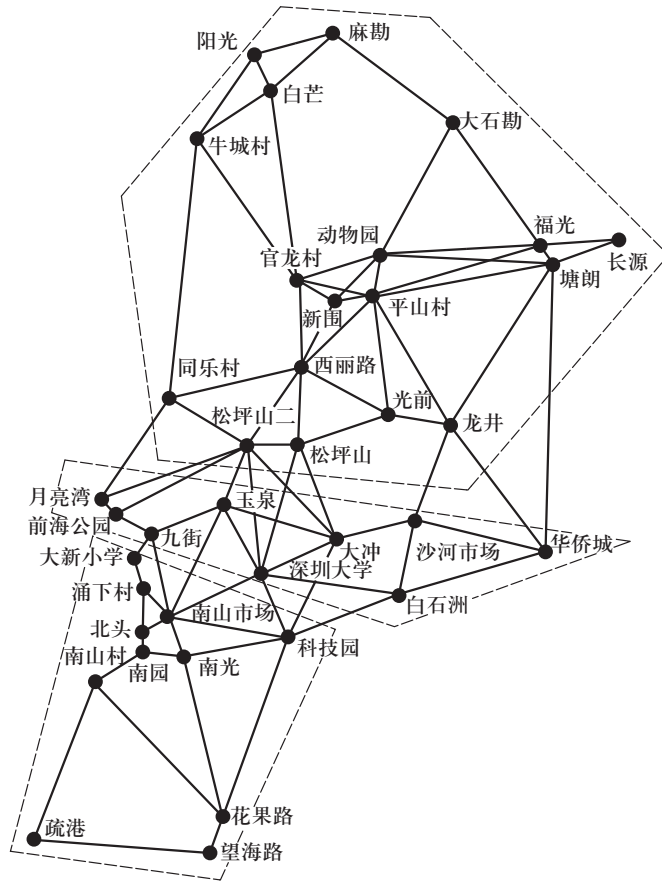


图 2 南山区垃圾转运站分区图

用  $P_{ij} (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, \dots, n)$  表示每个垃圾转运站的位置,其中  $i$  代表区域的编号,  $j$  代表每个区域内的垃圾转运站的编号. 另外,用  $P_{01}$  表示南山垃圾焚烧厂,用  $P_{02}$  表示下坪固体废物废弃物填埋场.

表 1 第一分区  $P_{1j}$  垃圾转运站编号列表

| $j$ | 垃圾转运站 | $j$ | 垃圾转运站 | $j$ | 垃圾转运站 |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1   | 牛城村   | 7   | 官龙村   | 13  | 塘朗    |
| 2   | 阳光    | 8   | 新围    | 14  | 同乐村   |
| 3   | 白芒    | 9   | 西丽路   | 15  | 松坪山二  |
| 4   | 麻勘    | 10  | 平山村   | 16  | 松坪山   |
| 5   | 大石勘   | 11  | 福光    | 17  | 光前    |
| 6   | 动物园   | 12  | 长源    | 18  | 龙井    |

表 2 第二分区  $P_{2j}$  垃圾转运站编号列表

| $j$ | 垃圾转运站 | $j$ | 垃圾转运站 | $j$ | 垃圾转运站 |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1   | 月亮湾   | 4   | 玉泉    | 7   | 沙河市场  |
| 2   | 前海公园  | 5   | 深圳大学  | 8   | 白石洲   |
| 3   | 九街    | 6   | 大冲    | 9   | 华侨城   |

表 3 第三分区  $P_{3j}$  垃圾转运站编号列表

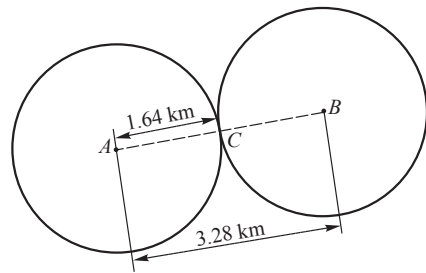
| $j$ | 垃圾转运站 | $j$ | 垃圾转运站 | $j$ | 垃圾转运站 |
|-----|-------|-----|-------|-----|-------|
| 1   | 大新小学  | 5   | 科技园   | 9   | 花果路   |
| 2   | 涌下村   | 6   | 南光    | 10  | 望海路   |
| 3   | 北头    | 7   | 南园    | 11  | 疏港小区  |
| 4   | 南山市场  | 8   | 南山村   |     |       |

#### 4. 拖车运输方式安排

在划分好的 3 个区域内均匀分配拖车数量,每个区域约有 5 ~ 6 辆拖车. 所有拖车均是空车从所在区域的厨余垃圾处理中心出发,前往所在区域的垃圾转运站运送垃圾回到厨余垃圾处理中心,将垃圾安放在厨余垃圾处理中心后再空车出发,如此循环往复,直至所在区域内所有垃圾转运站的垃圾都已运至厨余垃圾处理中心为止. 需要注意的是,在此阶段,拖车不能跨区运输垃圾,详细地说,就是拖车不能将所在区域内的垃圾转运站的垃圾运送到另一个区域的厨余垃圾处理中心. 拖车每次只运输 10 t,垃圾转运站剩余垃圾不足 10 t 时也按一趟运送. 待所有垃圾均已运至厨余垃圾处理中心后,再将不同类的垃圾进行不同的处理:厨余垃圾留在处理中心处理,可回收垃圾分类后再利用,有害垃圾运送到固废处理中心处理,其他不可回收垃圾运送到焚烧厂处理.

#### 5. 收集车辆运费的计算

根据 Google map 可粗略计算得到图 1 中 85 条线段的平均长度为 3.28 km. 假设以垃圾转运站为圆心, 1.64 km 为半径的圆面覆盖了该垃圾转运站附近的所有小区垃圾收集处,如图 3 所示.



再假设所有小区垃圾收集处都均匀分布在圆面上. 已知总垃圾量为 1 280 t, 每辆收集车辆的最大载重为 2.5 t, 收集车辆载重时平均耗油 35 L 汽油 /  $10^2$  km, 空载时耗油量为 20 L 汽油 /  $10^2$  km, 汽油价格为 7.71 元 / L, 则易得下列算式:

图 3 收集车辆每趟运送路程计算示意图

$$\text{收集车辆的总运费: } SF_i = 7.71 \times 512 \times (0.35 + 0.20) \times \frac{1.64}{2} \approx 1780.2.$$

## (二) 模型 I 的建立

基于以上的假设和分析,可以把寻找每个区域内厨余垃圾处理中心的最优位置问题简化抽象为寻找最短路径问题,即使三部分路径之和最短:

第一部分路径长度为区域内的每个垃圾转运站到该区域的厨余垃圾处理中心的最短运输路径总和,用  $S_1$  表示,其计算公式如下:

$$S_1 = 2 \times T_{ij} \times S_{ij}, T_{ij} = \left[ \frac{L_{ij}}{10} \right],$$

其中,  $T_{ij}$  表示编号为  $P_{ij}$  的垃圾转运站所需运送垃圾的趟数,  $L_{ij}$  表示编号为  $P_{ij}$  的垃圾转运站每日需转运的垃圾总量,  $T_{ij}$  由上取整运算得到.

同理, 第二部分路径长度用  $S_2$  表示, 其计算公式如下:

$$S_2 = 2 \times T_{1i} \times S_{1i}, T_{1i} = \left[ \frac{L_{1i}}{10} \right].$$

第三部分路径长度用  $S_3$  表示, 其计算公式如下:

$$S_3 = 2 \times T_{2i} \times S_{2i}, T_{2i} = \left[ \frac{L_{2i}}{10} \right].$$

对于每一个厨余垃圾处理中心有可能放置的位置  $P_{ij}$ , 通过以上三部分计算加总, 都可以得到对应的最短路径长度:  $S = S_1 + S_2 + S_3$ . 最短路径长度最小的垃圾转运站对应的位置, 即为厨余垃圾处理中心放置的最佳位置. 通过计算机编程遍历运算, 得到每个区域内厨余垃圾处理中心的最佳位置.

### (三) 模型 I 的结果

根据以上模型建立和求解的方法, 通过编写程序进行运算得到如下结果:

#### 1. 第一分区厨余垃圾处理中心放置位置

根据计算得到, 在第一分区内, 厨余垃圾处理中心应放置在  $P_{19}$  处, 即西丽路垃圾转运站处, 总路程为 1 024.8 km. 此时, 拖车在分区内的运输路线如表 4 所示.

表 4 第一分区拖车运输路线表

| 起点 | 终点 | 路径长度 (km) | 路线               |
|----|----|-----------|------------------|
| 1  | 9  | 7.3       | 1 → 7 → 9        |
| 2  | 9  | 9.6       | 2 → 3 → 7 → 9    |
| 3  | 9  | 7.9       | 3 → 7 → 9        |
| 4  | 9  | 10.6      | 4 → 3 → 7 → 9    |
| 5  | 9  | 7.9       | 5 → 6 → 8 → 9    |
| 6  | 9  | 4.6       | 6 → 8 → 9        |
| 7  | 9  | 2.6       | 7 → 9            |
| 8  | 9  | 2.6       | 8 → 9            |
| 10 | 9  | 2.9       | 10 → 9           |
| 11 | 9  | 8.3       | 11 → 10 → 9      |
| 12 | 9  | 9.4       | 12 → 13 → 10 → 9 |
| 13 | 9  | 7.4       | 13 → 10 → 9      |
| 14 | 9  | 3.1       | 14 → 9           |
| 15 | 9  | 3.4       | 15 → 9           |

续表

| 起点 | 终点 | 路径长度(km) | 路线          |
|----|----|----------|-------------|
| 16 | 9  | 3.8      | 16 → 9      |
| 17 | 9  | 2.6      | 17 → 9      |
| 18 | 9  | 4.3      | 18 → 17 → 9 |

### 2. 第二分区厨余垃圾处理中心放置位置

同理,在第二分区内,厨余垃圾处理中心应放置在  $P_{26}$  处,即大冲垃圾转运站处,总路程为 1 018.8 km. 此时,拖车在分区内的运输路线如表 5 所示.

表 5 第二分区拖车运输路线表

| 起点 | 终点 | 路径长度(km) | 路线                |
|----|----|----------|-------------------|
| 1  | 6  | 9.4      | 1 → 2 → 3 → 4 → 6 |
| 2  | 6  | 8.4      | 2 → 3 → 4 → 6     |
| 3  | 6  | 7.3      | 3 → 4 → 6         |
| 4  | 6  | 3.8      | 4 → 6             |
| 5  | 6  | 2        | 5 → 6             |
| 7  | 6  | 1.9      | 7 → 6             |
| 8  | 6  | 3.9      | 8 → 7 → 6         |
| 9  | 6  | 5.9      | 9 → 7 → 6         |

### 3. 第三分区厨余垃圾处理中心放置位置

在第三分区内,厨余垃圾处理中心应放置在  $P_{33}$  处,即北头垃圾转运站处,总路程为 725 km. 此时,拖车在分区内的运输路线如表 6 所示.

表 6 第三分区拖车运输路线表

| 起点 | 终点 | 路径长度(km) | 路线                 |
|----|----|----------|--------------------|
| 1  | 3  | 2.6      | 1 → 2 → 3          |
| 2  | 3  | 1.5      | 2 → 3              |
| 4  | 3  | 0.9      | 4 → 3              |
| 5  | 3  | 3.9      | 5 → 4 → 3          |
| 6  | 3  | 2.2      | 6 → 4 → 3          |
| 7  | 3  | 1.4      | 7 → 3              |
| 8  | 3  | 3.3      | 8 → 7 → 3          |
| 9  | 3  | 6.3      | 9 → 6 → 4 → 3      |
| 10 | 3  | 7.1      | 10 → 9 → 6 → 4 → 3 |
| 11 | 3  | 7.5      | 11 → 8 → 7 → 3     |

## (四) 模型 I 的优化

### 1. 运输路线的优化

模型 I 中假设垃圾转运站剩余垃圾量不足 10 t 的按一趟运送,即凡是垃圾转运站剩余垃圾量不足 10 t 的,均要安排拖车另外再多运送一趟.这种情况下,会造成不必要的浪费.因此,在优化模型结果时,可以考虑放宽这个条件,若从垃圾转运站运往厨余垃圾处理中心的途中会经过其他垃圾转运站,且其中一些垃圾转运站剩余垃圾量加总后正好不超过 10 t,则可安排一辆拖车将这些垃圾转运站的剩余的垃圾一趟运完.总的原则还是要使运输路程最短.现将优化结果罗列如下:

#### (1) 第一分区路线优化

表 7 第一分区优化路线表

| 路线编号 | 具体优化路线                 |
|------|------------------------|
| 1    | 5(8) → 6(2) → 8 → 9    |
| 2    | 1(8) → 7 → 8(2) → 9    |
| 3    | 2(6) → 3(3) → 7 → 9    |
| 4    | 4(6) → 3 → 7(4) → 9    |
| 5    | 12(8) → 13(2) → 10 → 9 |
| 6    | 11(6) → 13(4) → 10 → 9 |
| 7    | 14(8) → 9              |
| 8    | 15(6) → 9              |
| 9    | 18(4) → 17(2) → 9      |

上表中每行显示的是优化后的路径,括号中的数字为拖车从该垃圾转运站运走的垃圾量,单位为 t.举例来说,第一行中的“5(8) → 6(2) → 8 → 9”,表示拖车从大石勘站出发,运走 8 t,到达动物园站,再运走 2 t,正好凑足 10 t 一厢,再运往新围站,最后到达厨余垃圾处理中心所在位置即西丽路站.

#### (2) 第二分区路线优化

和(1)中相同,得到如下结果:

表 8 第二分区优化路线表

| 路线编号 | 具体优化路线                     |
|------|----------------------------|
| 1    | 1(3) → 2(5) → 3(2) → 4 → 6 |
| 2    | 9(1) → 7(8) → 6            |
| 3    | 5(4) → 6                   |
| 4    | 8(8) → 7 → 6               |



### (3) 第三分区路线优化

表 9 第三分区优化路线表

| 路线编号 | 具体优化路线                        |
|------|-------------------------------|
| 1    | 1(8) → 2(2) → 3               |
| 2    | 5(2) → 6(4) → 7(4) → 3        |
| 3    | 10(2) → 9(8) → 6 → 4 → 3      |
| 4    | 11(3) → 10(6) → 9 → 6 → 4 → 3 |

容易计算得,优化前,拖车运输的单向总路程约为 1 384 km,运费(元)约为

$$1\ 384 \times (0.25 + 0.30) \times 7.51 \approx 5\ 717.$$

优化后,拖车运输的单向总路程为 1 336 km,路程节省了

$$(1\ 384 - 1\ 336) \times 2 = 96\ \text{km},$$

运费(元)约为

$$1\ 336 \times (0.25 + 0.30) \times 7.51 \approx 5\ 518,$$

共节省了约 200 元,其他成本和收益不变.

#### 2. 环境效果优化

在前面讨论放置小型设备数量时得出,转运站垃圾量低于 3 t 时才需要小型设备,而路线优化之后,没有一个转运站剩余的垃圾量是低于 3 t 的,因此,放置小型设备是不经济的.虽然这一方案不是很经济,但考虑到深圳市是一个人口密集的大城市,它即将举办世界大学生夏季运动会,且计划打造绿色城市,环保刻不容缓.环境问题是不得不考虑的重要问题,特别是空气质量问题.为了改善南山区空气质量,考虑接受这一方案,即在某些垃圾转运站附近放置小型餐厨垃圾处理机,从而降低整个垃圾回收处理系统的废气排放量.由于废气排放量和运输车辆的耗油量成正比,因此,为达到减排目标,只要使运输车辆的总耗油量相应降低.

首先,设立一个统计指标 CPT:耗油量/t,这一指标能够描述在不同的路线上运送 1 t 垃圾的耗油量.这个指标值较大的路线从环保意义来讲需要改进,可以考虑在这条路线上放置小型处理设备,即要使得每运送 1 t 垃圾所需要的耗油量是越少越好.其次,对于每个垃圾转运站能被 10 整除的那部分垃圾,其运输方式和路线都不变.同时,假设拖车均先运送有害垃圾和其他不可回收垃圾,再依次运送可回收垃圾和厨余垃圾.根据计算,每个垃圾转运站的有害垃圾和其他不可回收垃圾均可在上述提到的那部分垃圾中运走,剩余垃圾都是可回收垃圾和厨余垃圾,不需用拖车运往焚烧厂或填埋场.对(1)中表 7 ~ 表 9 中给出的各个分区的优化路线进行进一步优化,以期达到环保减排要求.

#### (1) 第一分区环保优化方案.

表 10 第一分区环保优化基础数据表

| 路线编号 | 路程  | 运送垃圾量 | CPT  | 优化后路程 |
|------|-----|-------|------|-------|
| 1    | 7.9 | 10    | 0.43 | 0     |
| 2    | 8.7 | 10    | 0.48 | 8.7   |
| 3    | 9.6 | 9     | 0.59 | 0     |

续表

| 路线编号 | 路程   | 运送垃圾量 | CPT  | 优化后路程 |
|------|------|-------|------|-------|
| 4    | 10.6 | 10    | 0.58 | 0     |
| 5    | 9.4  | 10    | 0.52 | 9.4   |
| 6    | 8.4  | 10    | 0.46 | 0     |
| 7    | 3.1  | 8     | 0.21 | 3.1   |
| 8    | 3.4  | 6     | 0.31 | 3.4   |
| 9    | 4.3  | 6     | 0.39 | 4.3   |

上表中第一列“路线编号”与表7“第一分区优化基础数据”中的优化路线相对应；第二列“路程”对应拖车沿每条优化路线运送垃圾前往大型处理设备的单向路径长度，用  $l_i$  表示；第三列“运送垃圾量”指的是该条优化路线所运送的垃圾量，即表7中每条路线括号内的加粗数字相加而得，用  $q_i$  表示；第四列“CPT”即之前设立的统计指标“耗油量/t”，其计算公式为

$$CPT_i = \frac{(0.25 + 0.30)l_i}{q_i}$$

结合上述分析，得到以下决定是否需要优化的标准：

- ① 该条优化路线不含有总垃圾量不足 10 t 的垃圾转运站；
- ②  $CPT \geq 0.4$ 。

根据这两条标准，筛选出了需要优化的路线，其编号分别为 1, 3, 4, 6。从而得到第一分区小型餐厨垃圾处理机放置方式如表 11 所示。

表 11 第一分区小型设备放置方式表

| 垃圾转运站  | 大石勘 | 动物园 | 阳光 | 白芒 | 麻勘 | 官龙 | 福光 | 塘朗 |
|--------|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| 小型设备个数 | 32  | 8   | 24 | 12 | 24 | 16 | 24 | 16 |

### (2) 第二分区环保优化方案

同第一分区的分析一样，可得到第二分区需要优化的路线的编号为 1，在该优化路线上，小型餐厨垃圾处理机放置方式如表 12 所示。

表 12 第二分区小型设备放置方式表

| 垃圾转运站  | 月亮湾 | 前海公园 | 九街 |
|--------|-----|------|----|
| 小型设备个数 | 32  | 8    | 24 |

### (3) 第三分区优化方案

第三分区需要优化的路线的编号为 4，在该优化路线上，小型餐厨垃圾处理机放置方式如表 13 所示。

表 13 第三分区小型设备放置方式表

| 垃圾转运站  | 疏港 | 望海路 |
|--------|----|-----|
| 小型设备个数 | 12 | 24  |

## (五) 模型 I 的经济效益和环境效果

根据上述分析和计算,可以衡量模型 I 的经济效益和环境效果. 以下计算的收益和成本的单位都是“元”.

### 1. 经济效益

(1) 每日厨余垃圾处理设备运营总成本:

$$H_i = 150q_0 + 200(q - q_0) = 150 \times 478 + 200 \times 58 = 83\ 300;$$

(2) 每日拖车运输费用:

表 14 拖车总运费计算表格

| 分区编号 | 处理中心 | 焚烧单向路程(km) | 填埋单向路程(km) | 处理中心单向路程(km) | 拖车总单向路程(km) |
|------|------|------------|------------|--------------|-------------|
| 1    | 西丽路站 | 188.40     | 83.60      | 177.70       | 449.70      |
| 2    | 大冲站  | 174.20     | 94.00      | 214.20       | 482.40      |
| 3    | 北头站  | 81.60      | 99.20      | 165.10       | 345.90      |

由上表可得

$$TF_i = 7.51 \times (0.25 + 0.30) \times (449.7 + 482.4 + 345.9) \approx 5\ 279;$$

(3) 每日收集车辆运输费用:这项费用是固定的, $SF_i \approx 1\ 780$ ;

(4) 每日司机工资成本:已知司机每月平均工资 3 500 元,假设每辆车配备两名司机轮班,由此可得

$$WA_i = (3\ 500 \div 30) \times (16 + 60) \times 2 \approx 17\ 733;$$

(5) 每日处理垃圾总成本:由前四项加总可得

$$C_i = H_i + TF_i + SF_i + WA_i = 83\ 300 + 5\ 279 + 1\ 780 + 17\ 733 = 108\ 092,$$

其中,每日的地租费用、设备保养费用、垃圾处理中心员工工资、焚烧厂和填埋场垃圾处理成本等都没有计算在内;

(6) 每日回收垃圾产生的收益:

$$R_i = 670\ 000 + 416\ 740 = 1\ 086\ 740.$$

### 2. 环境效果

环境效果由废气排放总量降低的百分比来衡量. 由于废气排放量和运输车辆的耗油量成正比,只需计算运输车辆总耗油量降低的百分比. 其中,收集车辆运输总路程是固定的,它的总耗油量也相应是固定的,不可优化. 因此,为了更好地衡量优化方案的环境效果,下面计算拖车总耗油量降低的百分比.

从上面的计算中,可得优化前后拖车运输总路程如表 15 所示.

表 15 优化前后拖车运输路程表

| 分区编号 | 处理中心 | 优化前拖车总单向路程(km) | 优化后拖车总单向路程(km) |
|------|------|----------------|----------------|
| 1    | 西丽路站 | 486.20         | 449.70         |
| 2    | 大冲站  | 491.80         | 482.40         |
| 3    | 北头站  | 358.00         | 345.90         |
| 总路程  |      | 1 336          | 1 278          |

由上表可得,优化前拖车的总耗油量为

$$(0.25 + 0.30) \times 1\,336 = 734.8 \text{ L};$$

优化后拖车的总耗油量为

$$(0.25 + 0.30) \times 1\,278 = 702.9 \text{ L}.$$

因此,优化方案使得拖车总耗油量减少了 31.9 L,降低了 4.34%,相应的,废气总排放量也降低了 4.34%,可以有效地改善南山区空气质量.

下面,考虑从碳排放交易的角度评价优化方案的环保效果.先简要介绍一下碳排放交易,全球的碳排放总量是有限定的,每个国家都有相应的指标.例如,今年全球限定的碳排放总量为 100 单位,A 国获得 15 单位指标,B 国获得 10 单位指标.其他国家获得其余 75 单位指标.如果 A 国只排放了 10 个单位,而 B 国刚好排放了 12 个单位,那么 B 国就可以从 A 国购买 2 个单位的碳排放量.由此可见,降低碳排放量也可以带来经济效益.

(1) 优化方案节省的拖车运费(元): $31.9 \times 7.51 \approx 240$ ;

(2) 优化方案浪费的厨余垃圾处理设备运营成本(元):已知,优化前大型厨余垃圾处理设备共处理 536 t 厨余垃圾,优化后,小型厨余垃圾处理设备共处理 58 t 厨余垃圾,大型厨余垃圾处理设备共处理 478 t 厨余垃圾,则

$$(58 \times 200 + 478 \times 150) - 536 \times 150 = 2\,900;$$

(3) 优化方案节省的碳排放量(t):查阅相关资料得知 1 t 柴油约为 1 162 L 柴油,每燃烧 1 t 柴油产生约 3.19 t 二氧化碳,则

$$31.9 \div 1\,162 \times 3.19 \approx 0.088.$$

又知,在碳排放交易中,1 t 二氧化碳价值 15 欧元,今日欧元对人民币的汇率为 9.4,则节省碳排放量带来的经济效益(元)为

$$0.088 \times 15 \times 9.4 = 12.4.$$

其他成本和收益在优化前后不变.总成本收益分析结果:

$$240 + 12.4 < 2\,900.$$

虽然这不足以弥补多增加的厨余垃圾处理设备运营成本,但随着环境越来越恶化、环保呼声越来越高以及碳排放交易制度的日趋完善,降低碳排放量可以为国家带来长远的利益,有利于改善环境和可持续发展.

## 六、模型 II 的建立和问题(2)的求解

### (一) 模型 II 的准备

引理 到圆上所有点的距离之和最小的点一定是圆心.

已知 一个点到圆上所有点的距离之和最小.求证:这个点是圆心.

证明 如图 4 所示,令圆心为  $O$ ,任取一点  $O'$ ,到圆上任意不同的 4 点  $A, B, C, D$  (4 个点不失一般性) 的距离之和为

$$d' = |O'A| + |O'B| + |O'C| + |O'D|,$$

圆心  $O$  到这些点的距离之和为

$$d = |OA| + |OB| + |OC| + |OD|.$$

根据三角形的性质:两边之和大于第三边,即

$$|O'A| + |O'B| \geq |OA| + |OB|, |O'C| + |O'D| \geq |OC| + |OD|,$$

所以

$$|O'A| + |O'B| + |O'C| + |O'D| \geq |OA| + |OB| + |OC| + |OD|.$$

即  $d' \geq d$  (容易证明:无论  $O'$  在圆内、圆上、圆外,结论相同). 引理获证.

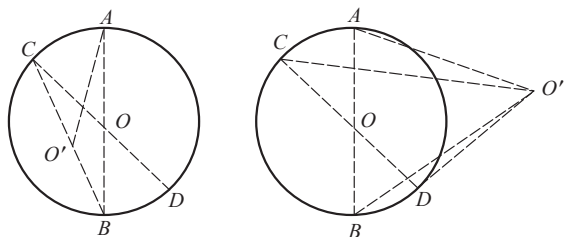


图4 关于引理的证明图

## (二) 模型 II 的建立

在模型 I 的基础上建立模型 II,从最简单的模型开始,保留模型 I 的一些基本假设:同模型 I 中一样将南山区分为三个区,每个区建立一个厨余垃圾处理中心,每个厨余垃圾处理中心安置一台大型厨余垃圾处理设备,暂时不考虑小型处理设备的添加.下面给出一些新的假设.

首先,假设将每个垃圾转运站附近运送垃圾到该站的小区的所有垃圾都抽象地集中在该垃圾转运站中.对于问题(1)中已划分好的每个区域来说(如图5~图7所示),用一组同心圆覆盖该区域,并尽量使该区域内的垃圾转运站都落在圆周上.

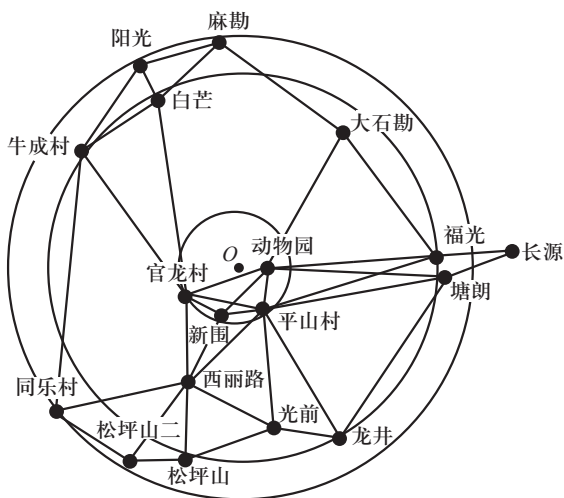


图5 第一分区同心圆组图

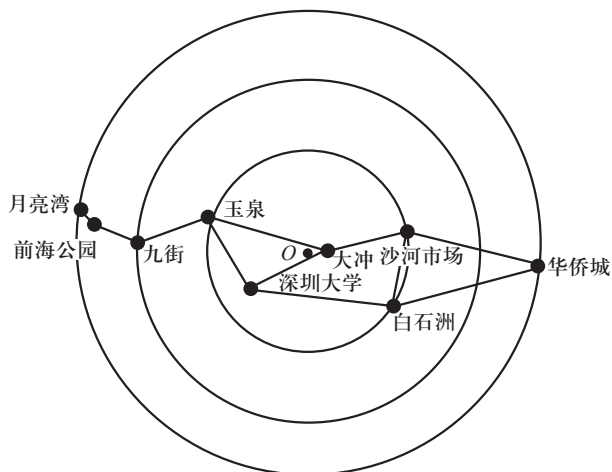


图 6 第二分区同心圆组图

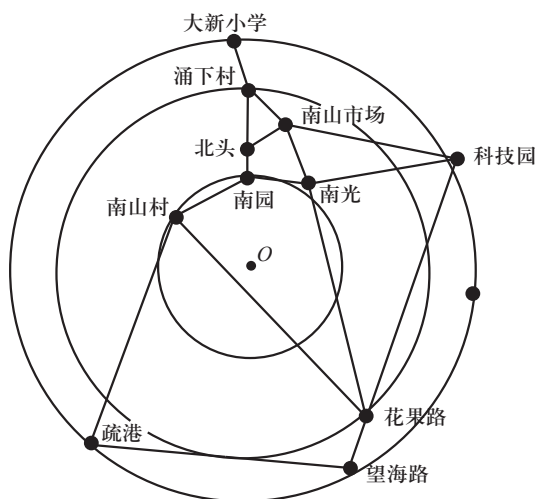


图 7 第三分区同心圆组图

其次,在引理中证明了到圆上各点距离之和最小的点为圆心,因此,从理论上讲,每个区域内厨余垃圾处理中心的最佳位置为该组同心圆的圆心.对于每一个分区,其最外围的覆盖整个分区的大圆称作圆  $O_i$ ,其半径为  $R_i$ .进一步假设垃圾在圆  $O_i$  上服从均匀分布.已知,垃圾总量为  $Q(1\ 280\ t)$ ,每个分区的垃圾总量设为  $Q_i$ ,则  $Q = \sum_{i=1}^3 Q_i$ .垃圾服从的分布密度函数如下

$$f_{Y_i}(x) = \begin{cases} \frac{Q_i}{\pi R_i^2}, & x \in O_i, \\ 0, & x \notin O_i. \end{cases}$$

如图 8 所示,理论上,计划将每个分区内所有的垃圾转运站均匀地分布在半径为  $r_i$  的圆周上,将附近小区的垃圾先运送到相应的垃圾转运站,然后再从各个垃圾转运站运送到位于圆心的厨余垃圾处理中心.接下来即可将问题转化为优化问题,由于除了运费之外

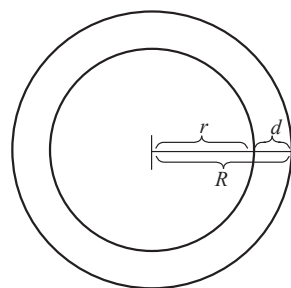


图 8 圆形示意图

的其他费用都是相对固定的,因此在优化问题中不予考虑,只考虑拖车和收集车辆的总运费.则问题就转化为寻找最优的  $r_i$  值,使拖车和收集车辆的运费总和最小.计算公式如下:

(1) 拖车和收集车辆的运费总和:  $F_i = TF_i + SF_i$ ;

(2) 拖车的总运费:  $TF_i = 7.51 \times \frac{Q_i}{10} \times (0.25 + 0.30) \times r_i$ ;

(3) 收集车辆的总运费:

$$SF_i = 7.71 \times \left[ \frac{\pi r_i^2 Q_i}{2.5 \pi R_i^2} \times (0.35 + 0.20) \times \frac{r_i}{2} + \left( 1 - \frac{\pi r_i^2}{\pi R_i^2} \right) Q_i \times \frac{1}{2.5} \times (0.35 + 0.20) \times \frac{R_i - r_i}{2} \right],$$

简化后得

$$SF_i = \frac{0.85 Q_i}{R_i^2} (6r_i^2 - 2R_i r_i + R_i^2),$$

其中,每个分区的  $R_i$  值已知,如表 16 所示,用 MATLAB 求得每个分区的使  $F_i$  最小的  $r_i$  值,结果罗列在表 16 中.

表 16 优化值表格

| 分区编号 | $Q_i(t)$ | $R_i(km)$ | $r_i(km)$ | $F_i(元)$ |
|------|----------|-----------|-----------|----------|
| 1    | 413      | 5.0       | 2.5       | 1 302.1  |
| 2    | 447      | 4.5       | 2.3       | 1 268.6  |
| 3    | 423      | 3.0       | 1.5       | 800.2    |

### (三) 模型 II 的求解

根据已求得的每个分区最优的  $r_i$  值,理论上,应将每个分区的垃圾转运站尽量分布在以  $O_i$  为圆心,  $r_i$  为半径的圆周上.对原有的垃圾转运站按一定的原则进行合并或拆分,并在合适的地点建立新的垃圾转运站覆盖原有垃圾转运站的服务范围.以第一分区为例,如图 9 所示,圆心为  $O$ ,即大型厨余垃圾处理设备(厨余垃圾处理中心)放置处,红色圆圈代表串联原有垃圾站的同心圆,蓝色圆圈代表半径为  $r_i$  的圆,也即新垃圾转运站最佳放置位置.连接圆心  $O$  和阳光站(点  $A$ ) 得到线段  $OA$ ,并与蓝色圆圈交于点  $P$ ,线段  $OA$  附近的原有垃圾转运站有阳光站(点  $A$ ) 和白芒站(点  $B$ ),则在点  $P$  处建立新的垃圾转运站,将阳光站和白芒站覆盖的服务范围内的所有小区的垃圾都由收集车辆运送到新的垃圾转运站.其他的新垃圾转运站位置都类似确立.

但这只是理论结果,应根据实际情况对理论结果进行微调,调整的标准如下:

- (1) 垃圾转运站应尽量建在主干道、次干道等的路口;
- (2) 垃圾转运站的垃圾量  $q_i$  尽量为 10 的倍数;
- (3) 决定编号为  $i$  和  $j$  的垃圾转运站是否合并的公式如下:

设  $q_i$  为编号为  $i$  的垃圾转运站的垃圾总量,  $d_{ij}$  为编号为  $i$  和  $j$  的两个垃圾转运站之间的运输路程,  $D_i$  为编号为  $i$  的垃圾转运站到厨余垃圾处理中心的运输路程,若两个垃圾转运站合并后的运输成本小于两个垃圾转运站独立的运输成本之和,则将这两个垃圾转运站合并.

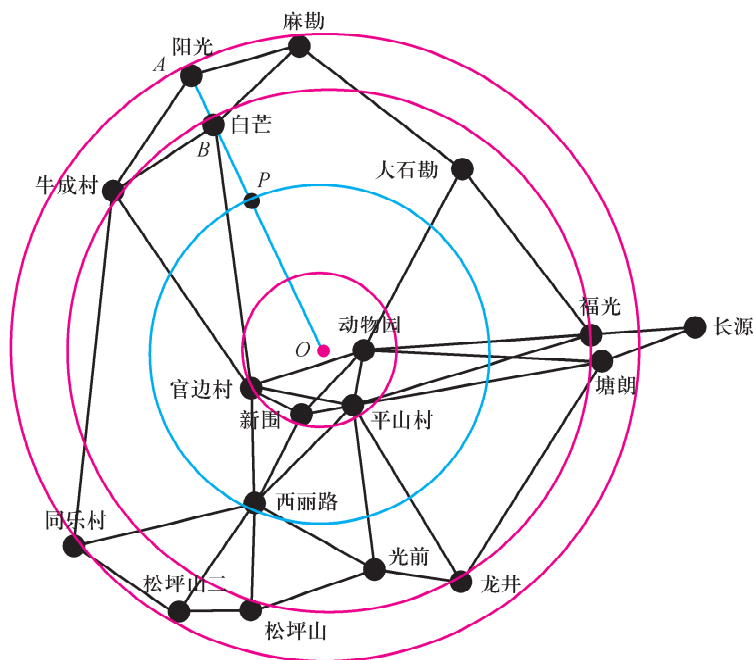


图9 寻找新垃圾转运站位置示意图

$$\min \frac{q_i}{2.5} \times d_{ij} \times 7.71 + \frac{q_i + q_j}{10} \times D_i \times 7.51,$$

$$\text{s. t. } \frac{q_i}{2.5} \times d_{ij} \times 7.71 + \frac{q_i + q_j}{10} \times D_i \times 7.51 \leq \frac{q_i}{10} \times D_i \times 7.51 + \frac{q_j}{10} \times D_j \times 7.51.$$

#### (四) 模型 II 的结果

##### 1. 新垃圾转运站的位置

按上述标准可以寻找实际的新垃圾转运站安置位置,结果如表 17 ~ 表 19 所示.

表 17 第一分区新垃圾转运站

| 编号       | 覆盖范围                | 垃圾总量(t) | GPS 数据(北纬,东经)           |
|----------|---------------------|---------|-------------------------|
| $V_1$    | 阳光站 + 白芒站 + 麻勘站     | 45      | 22.608 623, 113.940 411 |
| $V_2$    | 牛城村站 + 同乐村站         | 16      | 22.582 632, 113.930 798 |
| $V_3$    | 松坪山二站 + 松坪山站 + 西丽路站 | 80      | 22.569 317, 113.953 586 |
| $V_4$    | 福光站 + 塘朗站 + 长源站     | 40      | 22.591 586, 113.982 639 |
| $V_5$    | 大石勘站                | 48      | 22.615 833, 113.974 185 |
| $V_6$    | 光前站 + 龙井站           | 56      | 22.568 564, 113.965 816 |
| $V_7$    | 平山村站                | 40      | 22.586 396, 113.961 911 |
| $V_8$    | 新围站                 | 32      | 22.584 454, 113.954 101 |
| $V_9$    | 官龙村站                | 24      | 22.588 952, 113.947 985 |
| $V_{10}$ | 动物园站                | 32      | 22.591 408, 113.959 637 |



表 18 第二分区新垃圾转运站

| 编号              | 覆盖范围               | 垃圾总量(t) | GPS 数据(北纬,东经)          |
|-----------------|--------------------|---------|------------------------|
| V <sub>11</sub> | 玉泉站                | 40      | 22.546 885,113.924 897 |
| V <sub>12</sub> | 月亮湾站 + 前海公园站 + 九街站 | 120     | 22.540 464,113.923 395 |
| V <sub>13</sub> | 沙河市场站 + 华侨城站(1)    | 49      | 22.544 804,113.965 838 |
| V <sub>14</sub> | 白石洲站               | 48      | 22.531 783,113.967 469 |
| V <sub>15</sub> | 华侨城站               | 110     | 22.535 232,113.980 665 |
| V <sub>16</sub> | 深圳大学站 + 大冲站        | 80      | 22.539 216,113.950 903 |

表 19 第三分区新垃圾转运站

| 编号              | 覆盖范围               | 垃圾总量(t) | GPS 数据(北纬,东经)          |
|-----------------|--------------------|---------|------------------------|
| V <sub>17</sub> | 北头站 + 南园站 + 南光站(2) | 50      | 22.521 715,113.918 18  |
| V <sub>18</sub> | 南山市场站              | 40      | 22.525 362,113.920 305 |
| V <sub>19</sub> | 大新小学站 + 涌下村站       | 80      | 22.527 304,113.914 125 |
| V <sub>20</sub> | 南山村站               | 40      | 22.514 698,113.908 31  |
| V <sub>21</sub> | 南光站                | 22      | 22.518 86,113.923 502  |
| V <sub>22</sub> | 科技园站               | 32      | 22.520 089,113.934 188 |
| V <sub>23</sub> | 花果路站 + 望海路站(2)     | 50      | 22.489 601,113.922 086 |
| V <sub>24</sub> | 望海路站 + 疏港站(3)      | 49      | 22.495 945,113.934 617 |
| V <sub>25</sub> | 疏港站                | 60      | 22.485 477,113.897 109 |
| V <sub>26</sub> | 无                  | 0       | 22.506 888,113.918 524 |

上表中第一列为新垃圾转运站的编号;第二列为新垃圾转运站覆盖的服务范围,以编号为 V<sub>13</sub> 的新垃圾转运站为例,原有的沙河市场站覆盖的服务范围内的所有小区的垃圾都运送到 V<sub>13</sub> 垃圾转运站处理,另外,来自华侨城站且靠近沙河市场站服务范围的 1 t 垃圾也由其处理,其他站类似;第三列为新垃圾转运站转运的垃圾总量;最后一列为新垃圾转运站的 GPS 数据,来自 Google map.

## 2. 清运路线安排

将所有垃圾先从小区运送到各自的垃圾转运站,再由垃圾转运站直接运送到其所在分区的厨余垃圾处理设备,将垃圾分类后,其他不可回收垃圾由厨余垃圾处理设备处运往南山区垃圾焚烧厂,有害垃圾运往下坪固体废弃物填埋场. 具体运输路线如表 20 ~ 表 22 所示.

表 20 第一分区拖车清运路线

| 起点             | 终点              | 路径长度(km) | 路线                               |
|----------------|-----------------|----------|----------------------------------|
| V <sub>1</sub> | V <sub>10</sub> | 3.9      | V <sub>1</sub> → V <sub>10</sub> |
| V <sub>2</sub> | V <sub>10</sub> | 5.3      | V <sub>2</sub> → V <sub>10</sub> |
| V <sub>3</sub> | V <sub>10</sub> | 2.8      | V <sub>3</sub> → V <sub>10</sub> |
| V <sub>4</sub> | V <sub>10</sub> | 2.6      | V <sub>4</sub> → V <sub>10</sub> |

续表

| 起点    | 终点       | 路径长度(km) | 路线                       |
|-------|----------|----------|--------------------------|
| $V_5$ | $V_{10}$ | 3.7      | $V_5 \rightarrow V_{10}$ |
| $V_6$ | $V_{10}$ | 3.5      | $V_6 \rightarrow V_{10}$ |
| $V_7$ | $V_{10}$ | 1.5      | $V_7 \rightarrow V_{10}$ |
| $V_8$ | $V_{10}$ | 1.1      | $V_8 \rightarrow V_{10}$ |
| $V_9$ | $V_{10}$ | 2.5      | $V_9 \rightarrow V_{10}$ |

表 21 第二分区拖车清运路线

| 起点       | 终点       | 路径长度(km) | 路线                          |
|----------|----------|----------|-----------------------------|
| $V_{11}$ | $V_{16}$ | 4.4      | $V_{11} \rightarrow V_{16}$ |
| $V_{12}$ | $V_{16}$ | 3.7      | $V_{12} \rightarrow V_{16}$ |
| $V_{13}$ | $V_{16}$ | 2.3      | $V_{13} \rightarrow V_{16}$ |
| $V_{14}$ | $V_{16}$ | 2.5      | $V_{14} \rightarrow V_{16}$ |
| $V_{15}$ | $V_{16}$ | 4.1      | $V_{15} \rightarrow V_{16}$ |

表 22 第三分区拖车清运路线

| 起点       | 终点       | 路径长度(km) | 路线                          |
|----------|----------|----------|-----------------------------|
| $V_{17}$ | $V_{26}$ | 2.5      | $V_{17} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{18}$ | $V_{26}$ | 3.2      | $V_{18} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{19}$ | $V_{26}$ | 3.7      | $V_{19} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{20}$ | $V_{26}$ | 2.1      | $V_{20} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{21}$ | $V_{26}$ | 2.4      | $V_{21} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{22}$ | $V_{26}$ | 4.2      | $V_{22} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{23}$ | $V_{26}$ | 2.6      | $V_{23} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{24}$ | $V_{26}$ | 2.9      | $V_{24} \rightarrow V_{26}$ |
| $V_{25}$ | $V_{26}$ | 6.0      | $V_{25} \rightarrow V_{26}$ |

## (五) 模型 II 的优化

模型 II 如模型 I 中假设一样,垃圾转运站剩余垃圾量不足 10 t 的按 10 t 算,即凡是垃圾转运站剩余垃圾量不足 10 t 的,均要安排拖车另外再多运送一趟. 这个条件过于苛刻,会造成不必要的浪费. 考虑到经济效益和环保效果,对于那些离大型处理设备较远的垃圾转运站,若其剩余垃圾量不足 5 t(包括 5 t),则在该垃圾转运站放置小型厨余垃圾处理设备,处理其剩余垃圾量;剩余垃圾量超过 5 t 的则仍运送到大型厨余垃圾处理设备处理. 这样既减少了运输成本,又降低了碳排放量,在经济和环保两大目标间取得了较佳的均衡. 按此标准,小型厨余垃圾处理设备的安置情况如表 23 和表 24 所示.

表 23 第一分区小型厨余垃圾处理设备安置情况

| 编号    | 垃圾总量(t) | 运输趟数 | 剩余吨数 | 小型设备个数 |
|-------|---------|------|------|--------|
| $V_1$ | 45      | 4    | 5    | 20     |
| $V_8$ | 32      | 3    | 2    | 8      |
| $V_9$ | 24      | 2    | 4    | 16     |

表 24 第三分区小型厨余垃圾处理设备安置情况

| 编号       | 垃圾总量(t) | 运输趟数 | 剩余吨数 | 小型设备个数 |
|----------|---------|------|------|--------|
| $V_{21}$ | 22      | 2    | 2    | 8      |
| $V_{22}$ | 32      | 3    | 2    | 8      |

根据以上两张表格可综合得到小型厨余垃圾处理设备的安置情况如表 25 所示。

表 25 小型厨余垃圾处理设备安置情况

| 编号     | $V_1$ | $V_8$ | $V_9$ | $V_{21}$ | $V_{22}$ | 总和 |
|--------|-------|-------|-------|----------|----------|----|
| 小型设备个数 | 20    | 8     | 16    | 8        | 8        | 60 |

容易计算得到,优化后节省的拖车运输路程为 28.2 km,节省的运费约为 58.2 元。查阅相关资料得知 1 t 柴油约为 1 162 L 柴油,每燃烧 1 t 柴油产生约 3.19 t 二氧化碳。优化后节省的耗油量为 7.76 L,减少的碳排放量为 21.3 kg。

## (六) 模型 II 的经济效益和环保效果

在上述分析和计算的基础上可以衡量模型 II 的经济效益和环境效果。以下计算的收益和成本的单位都是“元”。

### 1. 经济效益

同模型 I 的计算方法相同:

(1) 每日厨余垃圾处理设备运营成本:

$$H_i = 15 \times 200 + 521 \times 150 = 81\ 150;$$

(2) 每日拖车总运费:

$$TF_i = (388.1 + 501 + 345) \times (0.25 + 0.30) \times 7.51 \approx 5\ 097;$$

(3) 每日收集车辆总运费:

$$SF_i = (114.54 + 132.46 + 100.3) \times (0.20 + 0.35) \times 7.71 \approx 1\ 473;$$

(4) 每日司机工资成本:

$$WA_i = (3\ 500 \div 30) \times (16 + 60) \times 2 \approx 17\ 733;$$

(5) 每日处理垃圾总成本:

$$C_i = H_i + TF_i + SF_i + WA_i = 81\ 150 + 5\ 097 + 1\ 473 + 17\ 733 = 105\ 453,$$

而模型 I 中每日处理垃圾总成本为 108 092 元,可见模型 II 中调整了垃圾转运站位置后可以降低每日处理垃圾总成本,共节省了 2 639 元;

(6) 每日回收垃圾产生的收益:这一项也同模型 I 中一样,不发生改变,

$$R_i = 670\ 000 + 416\ 740 = 1\ 086\ 740.$$

## 2. 环保效果

同模型 I 中一样,环境效果由废气排放总量降低的百分比来衡量. 收集车辆的耗油量优化前后未发生变化,因此只要比较拖车优化前后的耗油量即可. 之前已计算得到,优化后节省的拖车运输路程为 28.2 km,节省的运费约为 58.2 元,节省的耗油量为 7.76 L,碳排放量减少了 21.3 kg,降低了 7.2%. 然后,再从碳排放交易的角度评价环保效果:

(1) 优化方案节省的拖车运费(元):  $7.76 \times 7.51 \approx 58.2$ .

(2) 优化方案浪费的厨余垃圾处理设备运营成本(元): 已知,优化前大型厨余垃圾处理设备共处理 536 t 厨余垃圾,优化后,小型厨余垃圾处理设备共处理 15 t 厨余垃圾,大型厨余垃圾处理设备共处理 521 t 厨余垃圾,则

$$(15 \times 200 + 521 \times 150) - 536 \times 150 = 750.$$

(3) 优化方案节省的碳排放量(t):

$$7.76 \div 1162 \times 3.19 \approx 0.021.$$

节省碳排放量带来的经济效益(元)为

$$0.021 \times 15 \times 9.4 = 2.96.$$

总成本收益分析结果:

$$58.2 + 2.96 < 750.$$

同模型 I 中结果相似,这不足以弥补多增加的厨余垃圾处理设备运营成本,但随着环境越来越恶化、环保呼声越来越高以及碳排放交易制度的日趋完善,降低碳排放量可以为国家带来长远的利益,有利于改善环境和可持续发展.

模型 II 与模型 I 的最终优化方案的对比:模型 II 的每日总成本比模型 I 减少了约 2 640 元,降低了 2.44%;模型 II 的每日碳排放总量比模型 I 减少了 155.4 kg,降低了 6.36%. 这充分说明了允许重新设计垃圾转运站的位置和规模可以达到更高的经济效益和更好的环保效果,模型 II 的垃圾分类处理和清运路线方案是有现实经济和环保意义的,可供南山区有关部门参考.

## 七、模型评价

根据以上对本文所给出的方案的成本收益和碳排放量的核算,可看出根据本文的模型所确定的垃圾分类处理和清运路线方案可带来非常可观的经济效益和环保效果. 而且,本文结合实际情况,作出了一些合理的假设,抓住了影响问题的实质因素,忽略了其他一些次要因素,不但简化了模型,使计算更方便,而且使模型更切合现实情况,更有借鉴意义. 本文模型的一大创新点就是引入了环境经济学中的“碳排放量交易”这一新概念,以碳排放量为标准来衡量模型的环保效果. 另一大创新点是能较好地利用网络工具,通过 Google map 来查询路程数据和 GPS 数据,非常快捷方便.

模型的不足之处是,忽略了很多次要因素,使得模型得出的结果较粗略,与实际数据有一定的偏差,不够精确.

## 八、参考文献

- [1] 姜启源,谢金星,叶俊. 数学模型. 北京:高等教育出版社,2003.
- [2] 叶其孝. 大学生数学建模辅导竞赛辅导教材. 长沙:湖南教育出版社,1993.
- [3] Hanselman, Littlefield. 精通 MATLAB. 北京:清华大学出版社,2006.
- [4] 刘宝柱. MATLAB7.0 从入门到精通. 北京:人民邮电出版社,2010.
- [5] 赵静,但琦. 数学建模和数学实验. 北京:高等教育出版社,2008.
- [6] 吴建国. 数学建模案例精编. 北京:中国水利水电出版社,2005.
- [7] 任玉杰. 高等数学 —— 一元微积分及其实验(MATLAB 版). 北京:机械工业出版社,2004.
- [8] 李忠,周建莹. 高等数学. 北京:北京大学出版社,2009.
- [9] 钱颂迪. 运筹学. 北京:清华大学出版社,2005.
- [10] 屈婉玲,耿素云,张立昂. 离散数学. 北京:高等教育出版社,2008.